

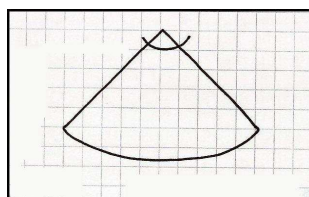
**PROIEZIONI ORTOGONALI:**

**“SEZIONI CONICHE”**

**1) PREMESSA:**

Il cono è una superficie generata da una retta con un estremo fisso e l'altro che ruota. La retta prende il nome di GENERATRICE. Mentre la curva compiuta prende il nome di DIRETTRICE.

L'angolo al vertice, una volta eseguito lo sviluppo del cono, dipende proprio dalla lunghezza della generatrice e della direttrice. Nota l'ampiezza di quest'angolo è possibile calcolare la lunghezza della curva direttrice del cono, e viceversa.



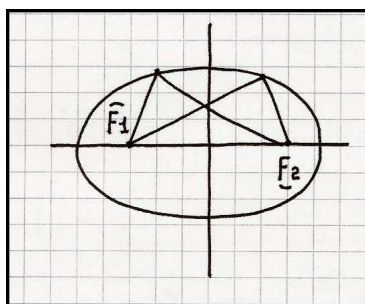
Le sezioni coniche sono le curve definite dalle sezioni di un cono con un piano. Possono essere di tre tipi, a seconda della posizione del piano secante rispetto al cono: ellisse, parabola ed iperbole.

Ciascuna di queste figure geometriche è caratterizzata dal fatto di avere costante il rapporto tra le distanze dei suoi punti da due punti interni particolari chiamati FUOCHI.

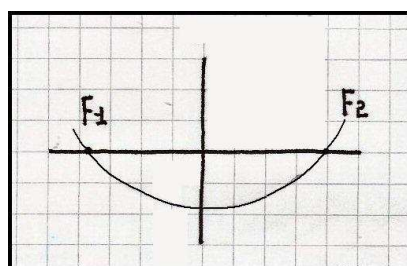
**2) ELLISSE:**

L'ellisse è la curva chiusa che si ottiene quando il piano secante taglia tutte le generatrici del cono.

Essa presenta una doppia simmetria rispetto a due assi ortogonali ed è definita come il luogo dei punti per i quali è costante la somma delle distanze dai fuochi  $F_1$  ed  $F_2$  situati sull'asse maggiore. Tale somma è uguale all'asse maggiore stesso.



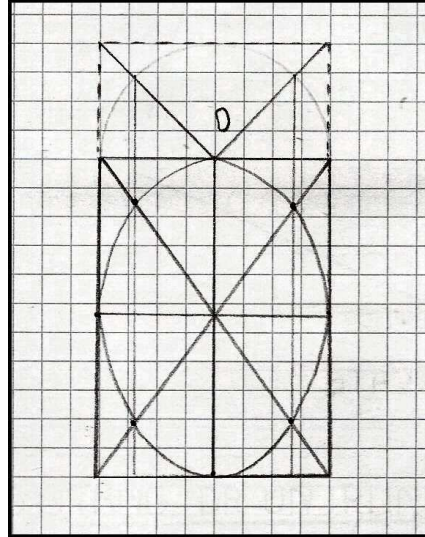
Dati due assi, i due fuochi dell'ellisse corrispondono dunque ai punti di intersezione tra l'asse maggiore ed il cerchio avente centro in un estremo di quello minore e raggio pari al semiasse maggiore.



## **METODI DI COSTRUZIONE:**

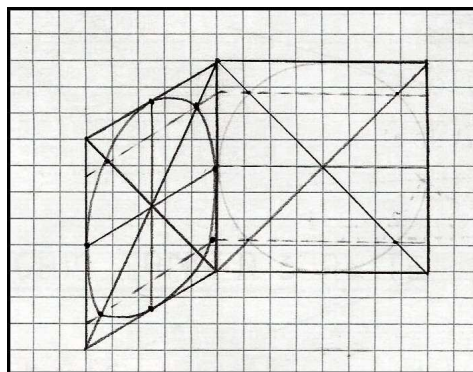
Esiste più di un modo per tracciare una ellisse. Qui di seguito se ne illustra uno, che è quello poi maggiormente utilizzato nel disegno tecnico, e si tralasceranno gli altri (come ad esempio la costruzione “alla giardiniera”).

La costruzione qui di seguito proposta prende il nome di COSTRUZIONE PER 8 PUNTI, e si basa sul fatto che l'ellisse rappresenta la deformata di un cerchio, dati i suoi assi.



Come si vede, se il cerchio è inscritto in un quadrato, l'ellisse è inscritta in un rettangolo. Trovati gli otto punti di riferimento, l'ellisse vera e propria viene costruita con il curvilineo.

Esiste una costruzione alternativa, data la proiezione di due diametri coniugati del cerchio (cioè tra loro perpendicolari).



## **SEZIONE ELLITTICA DI UN CONO CON UN PIANO:**

**1)** Un piano proiettante taglia un cono. Poiché taglia tutte le sue generatrici, la sezione prodotta avrà la forma di un'ellisse.

**2)** In seconda proiezione è facile determinare i punti 1" e 3": sono i punti in cui il piano taglia le generatrici più esterne (contorno apparente) del cono.

**3)** Li si riporta in prima proiezione, sul diametro orizzontale del cerchio di base : 1'-3' è un asse dell'ellisse. Occorre a questo punto determinare l'altro.

**4)** Procediamo allora come segue. Nel punto medio del segmento 1"-3" si troveranno i punti 2" e 4", giacché asse maggiore e asse minore dell'ellisse si tagliano a metà.

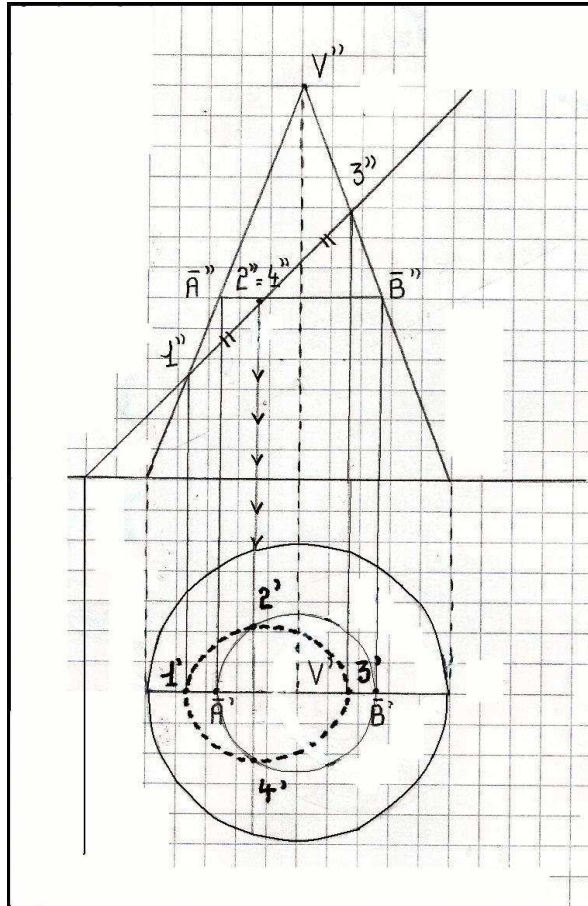
**5)** Il problema si pone nel ritrovare questi punti in prima proiezione. Mandiamo allora per 2"-4" un piano orizzontale, di estremi A-B. Facilmente ritroviamo questi punti anche in prima proiezione, sul diametro orizzontale del cerchio di base.

**6)** Questo piano taglia il cono secondo una sezione circolare di diametro A-B. Per determinare questa sezione in prima proiezione è sufficiente puntare con il compasso in  $V'$ , con apertura  $(A'-B')/2$ .

**7)** I punti  $2'-4'$  dovranno soddisfare due condizioni: dovranno trovarsi su questo cerchio e dovranno disporsi lungo la retta di richiamo verticale condotta da  $2''$  e  $4''$ .

Dove dunque il cerchio appena disegnato taglia la retta di richiamo, là si trovano  $2'-4'$ .

**8)** Trovati gli assi, si può dunque disegnare la sezione ellittica in prima proiezione.



### **3) PARABOLA:**

La parabola è la sezione conica che si ottiene quando il piano secante risulta parallelo ad una generatrice.

Essa è definita come la curva luogo dei punti equidistanti dal fuoco, situato sull'asse di simmetria, e da una retta direttrice perpendicolare a tale asse. In base a questa definizione, il vertice della parabola risulta trovarsi dunque nel punto medio tra il fuoco e la direttrice.

Anche in questo caso, come per l'ellisse, esiste più di un modo per disegnare la parabola. Qui di seguito viene riportato il metodo dati due punti simmetrici e le relative tangenti.

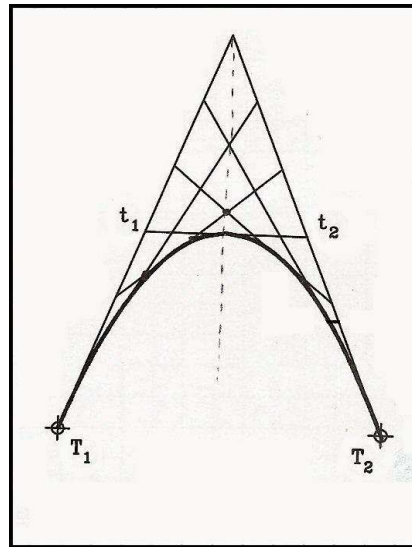
Il metodo di costruzione si basa sul fatto che la tangente alla parabola nel vertice taglia tutte le altre tangenti a metà tra il punto di tangenza e quello di incontro con l'asse della curva.

Vengono dunque assegnati due punti simmetrici della parabola (indicati nel disegno con le lettere  $T_1$  e  $T_2$ ) e le due rette (indicate con le lettere  $t_1$  e  $t_2$ ) tangenti alla parabola in quei due punti.

La tangente al vertice taglia dunque le due rette  $t$  a metà, tra i punti  $T$  e il loro punto d'incontro. Da questo si risale alla posizione del vertice e se ne traccia la tangente.

Tracciato l'asse della parabola a partire dal vertice, si sa che tutte le successive tangenti si incontreranno su quest'asse.

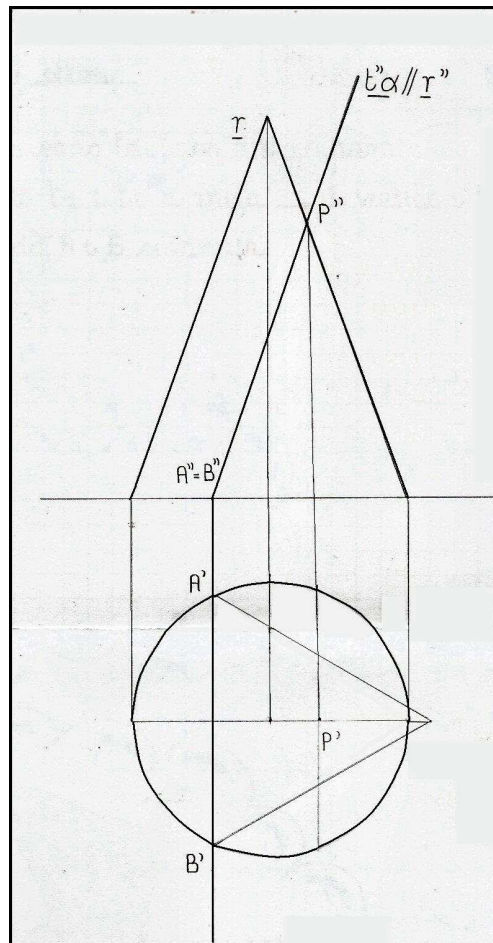
Si trovano dunque alcune coppie di punti simmetrici sulle due rette  $t_1$  e  $t_2$  e si ottengono tangenti alla parabola collegandoli a due a due come nel disegno. Sapendo che la tangente nel vertice della parabola taglierà queste tangenti a metà tra il punto d'incontro e quello di tangenza con la parabola, si possono determinare i punti della parabola.



### **SEZIONE PARABOLICA DI UN CONO CON UN PIANO:**

**1)** Un piano proiettante taglia un cono. Poiché il piano è parallelo ad una delle generatrici del cono, la sezione prodotta avrà la forma di una parabola.

**2)** In seconda proiezione è si trovano i punti  $A''$ ,  $B''$  e  $P''$ .  $P''$  sarà il vertice della parabola, perché è il punto più in lato.  $A''$  e  $B''$  sono invece i punti di intersezione con la circonferenza di base, dal momento che si trovano sulla linea di terra.



**3)** Trovati questi tre punti, è possibile procedere con la costruzione indicata precedentemente.

#### **4) IPERBOLE:**

La parabola è la sezione conica che si ottiene quando il piano secante risulta parallelo a due generatrici del cono.

Può essere definita come curva luogo dei punti per i quali è costante la differenza delle distanze dai due fuochi. Il valore di questa differenza è pari alla distanza tra i vertici dei due rami posti sull'asse trasverso.

Si tralascia di trattare questo tipo di sezione conica.